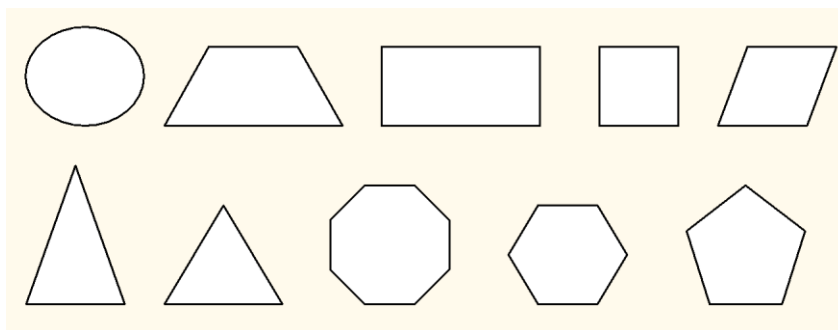


พงศธร มหาวิจิตร ครูโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย สระบุรี อ.เมือง จ.สระบุรี
และนิสิตปริญญาเอก สาขาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ ม.เกษตรศาสตร์
e-mail : pongsatorn1207@hotmail.com

การสอนเรขาคณิตแบบบูรณาการผ่านสิ่งแวดล้อมในธรรมชาติ



ในการสอนให้นักเรียนระดับประถมศึกษาเกิดความคิดรวบยอด (concept) เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต โดยให้นักเรียนได้ศึกษาจากรูปร่างของสิ่งต่างๆ ที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่คงทน และสามารถประยุกต์ใช้เรขาคณิตกับสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริง ซึ่งสอดคล้องกับหลักการและมาตรฐานหลักสูตรของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM's Principles and Standards for School Mathematics, 2000) ว่านักเรียนต้องสามารถระบุลักษณะและสมบัติของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้ กิจกรรมต่อไปนี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เปรียบเทียบรูปเรขาคณิต ทั้งในเรื่องจำนวนด้านของรูป มุม จำนวนเส้นทแยงมุม และสมมาตรโดยครูจัดเตรียมสื่อการเรียนรู้คือ กรอบ(Frame) กระดาษแข็งที่เกิดจากการตัดรูปเรขาคณิตออกไป ดังแผนภาพ 1



แผนภาพ 1 กรอบ(Frame) ที่เกิดจากการตัดรูปเรขาคณิตออกไป

นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้รับแผ่นกระดาษรูปเรขาคณิตที่ถูกตัดออกไปจากกรอบ(Frame) ได้แก่ รูปวงกลม 1 รูป รูปสี่เหลี่ยมจำนวน 4 รูป (ประกอบด้วยรูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน อย่างละ 1 รูป) รูปสามเหลี่ยม 2 รูป(รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและรูป

สามเหลี่ยมด้านเท่า) และรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่า รูปหกเหลี่ยมด้านเท่า รูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า อย่างละ 1 รูป และให้นักเรียนทดลองนำรูปเรขาคณิตดังกล่าววางประกบลงบนช่องว่างในกรอบ(Frame) เพื่ออธิบายความแตกต่างระหว่างรูปเรขาคณิตและอภิปรายถึงเหตุผลว่าเหตุใดบรรดาฝาครอบต่างๆ จึงต้องทำเป็นรูปวงกลม นักเรียนจะพบว่าทุกรูปสามารถพลิกหรือลอคช่องว่างลงไปได้โดยสะดวก ทั้งนี้เพราะรูปเหลี่ยมต่างๆ จะมีสมบัติที่ว่า มีเส้นทแยงมุมที่ยาวกว่าความยาวด้านด้านหนึ่งของรูปนั้นเสมอ เมื่อขยับด้านของรูปให้ตรงกับแนวเส้นทแยงมุมของกรอบซึ่งยาวกว่าจะสามารถลอคลงไปได้ ยกเว้นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่อาจมีการพลิกลงและค้างอยู่บนกรอบ ในขณะที่รูปวงกลมนั้นไม่ว่าจะขยับด้านใดความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของแผ่นวงกลมจะพอดีกับความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของกรอบเสมอ ซึ่งทำให้ฝาท่อนั้นเกิดการพลิกหรือตกลงไปได้อย่าง ซึ่งครูอาจให้นักเรียนอภิปรายความแตกต่างระหว่างรูปวงกลมกับรูปเหลี่ยมอื่นๆ เช่น

- เนื่องจากวงกลมมีระยะจากจุดศูนย์กลางถึงขอบเท่ากันทุกตำแหน่ง
- เพราะวงกลมไม่มีมุมและไม่มีด้านที่เป็นเส้นตรง
- สาเหตุที่ฝาท่อนั้นเป็นรูปวงกลมเพราะถ้าฝาท่อนั้นเป็นรูปเหลี่ยมแล้วอาจจะลอคช่องได้เมื่อมีการขยับด้านหรือมุม

หลังจากนักเรียนได้สนุกสนานกับการหมุนและขยับรูปเรขาคณิตเพื่อประกบลงในกรอบ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้สมมาตรการหมุน (rotational symmetry) ของรูปเหลี่ยมแต่ละรูป และสมบัติที่ว่า ความยาวด้านของรูปเหลี่ยมจะสั้นกว่าความยาวเส้นทแยงมุมของรูปนั้นเสมอ กิจกรรมนี้เป็นตัวอย่างการเรียนการสอนที่เชื่อมโยงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและประโยชน์ของรูปเรขาคณิตที่พบในชีวิตจริง

ธรรมชาติมักออกแบบสิ่งต่างๆ ไว้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด ทั้งในแง่ระยะทางที่สั้นที่สุด ประหยัดพลังงาน หรือความพอเหมาะลงตัว ต่อไปนี้จะเป็นตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องรูปเรขาคณิตกับศาสตร์ต่างๆ โดยใช้ธรรมชาติรอบตัวเป็นประเด็นหรือหัวข้อในการเรียน

เรขาคณิตกับกีฏวิทยา (Entomology)

กิจกรรมการสืบเสาะหาคำตอบว่าเหตุใดช่องในรังผึ้งจึงเป็นรูปหกเหลี่ยม จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจคุณลักษณะของรูปหกเหลี่ยมและความสัมพันธ์กับรูปวงกลม ทั้งนี้ผึ้งต้องใช้พลังงานจำนวนมากในการสร้างขี้ผึ้งซึ่งช่อง (cell) ขี้ผึ้งที่สร้างใหม่จะเป็นทรงกระบอก และเมื่อสร้างแต่ละช่องต่อเรียงเป็นแนวเดียวกันก็จะเกิดแรงบีบอัดจากทุกด้านจนทำให้ช่องตรงกลางกลายเป็นรูปหกเหลี่ยม (ดังแผนภาพ 2)

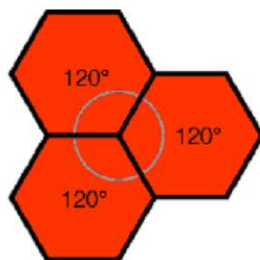


แผนภาพ 2 ลักษณะของช่อง (cell) ในรังผึ้ง

ครูอาจให้นักเรียนได้ทดลองปฏิบัติจริงโดยใช้ดินเหนียวปั้นเป็นแท่งทรงกระบอกสั้นๆ ที่มีขนาดเท่ากับแท่งดินสอดำ (หรืออาจใช้ดินสอดำเป็นแกนในการปั้นดินเหนียว) พร้อมทั้งคำถามนำกับนักเรียนว่า

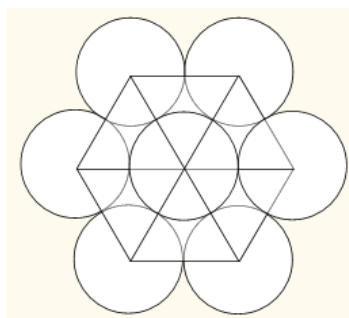
- นักเรียนคิดว่าผลลัพธ์สุดท้ายของทรงกระบอกเหล่านี้จะเป็นรูปอะไร
- เราจะทำรูปวงกลมเหล่านี้ให้กลายเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าได้อย่างไร
- ลองดูซิว่าจะเกิดอะไรขึ้นเมื่อเราวางทรงกระบอกหลายๆ อันเรียงติดกัน

ให้นักเรียนตัดแท่งดินเหนียวทรงกระบอกออกเป็น 7 ชิ้นยาวเท่าๆ กัน แล้วนำมาวางตั้งเรียงติดกัน โดยมีทรงกระบอกอันหนึ่งอยู่ตรงกลางและอีก 6 อันอยู่ล้อมรอบ จากนั้นใช้มือคลึงแท่งทรงกระบอกทั้งหมดนั้นเบาๆ โดยออกแรงให้เท่าๆ กันทุกทิศทาง นักเรียนจะพบว่าการออกแรงแบบอัตรอบทิศทางจะทำให้ทรงกระบอกที่อยู่ตรงกลางเปลี่ยนรูปร่างกลายเป็นรูปหกเหลี่ยม จากการทดลองนี้ทำให้ทราบว่าเหตุใดรังผึ้งจึงเป็นรูปหกเหลี่ยม นอกจากนี้ยังอาจให้นักเรียนวัดมุม 120 องศา จำนวน 3 มุมที่รวมกันเป็นมุม 360 องศา ณ จุดร่วม (ดังแผนภาพ 3) แล้วอภิปรายว่าจะใช้มุมขนาดเท่าไรได้บ้างที่จะสามารถต่อกัน โดยไม่เกิดช่องว่าง ซึ่งเป็นการสอนเรื่องเทสเซลเลชันไปด้วย



แผนภาพ 3 มุม ณ จุดร่วมของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

อีกกิจกรรมหนึ่งที่สามารถแสดงให้เห็นว่าเหตุใดช่องในรังผึ้งจึงเป็นรูปหกเหลี่ยมคือ ใช้เหรียญบาทวางเรียงดังแผนภาพ 4 กำหนดจุดศูนย์กลางของวงกลมแต่ละวงและลากเส้นเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางของเหรียญที่อยู่ติดกัน จะเกิดเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าซึ่งเกิดจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 6 รูปประกอบกัน จากนั้นอาจให้นักเรียนอภิปรายว่าเหตุใดรูปสามเหลี่ยมจึงมีมุมแต่ละมุมขนาด 60 องศา และแม้ว่าจะเปลี่ยนขนาดของวงกลม รูปสามเหลี่ยมที่ได้จะยังคงเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเพราะเหตุใด



แผนภาพ 4 การวางเหรียญ 7 อันเพื่อสอนเรื่องรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

เรขาคณิตกับพฤกษศาสตร์ (Botany)



แผนภาพ 5 การจัดเรียงตัวของเมล็ดข้าวโพด

ลักษณะการจัดเรียงตัวของเมล็ดข้าวโพดเป็นตัวอย่างที่ดีของหลักการที่ทรงประสิทธิภาพของพืช ด้วยลักษณะการจัดเรียงเมล็ดสลับหว่างและการเชื่อมต่อระหว่างแถวที่พอเหมาะลงตัว นักเรียนสามารถนำฝักข้าวโพดมาพิจารณาการเรียงตัวของเมล็ดแถวใดแถวหนึ่งกับแถวติดกัน มุมตรงจุดเชื่อมต่อจะมีค่าประมาณ 120 องศา และหากพิจารณาเมล็ดใดเมล็ดหนึ่งเป็นหลัก นักเรียนจะพบว่า 6 เมล็ดที่อยู่โดยรอบ (ด้านบน 2 เมล็ด ด้านล่าง 2 เมล็ด ด้านซ้าย 1 เมล็ด และด้านขวา 1 เมล็ด) จะมีลักษณะการจัดเรียงเหมือนกับเหรียญบาท 7 เหรียญข้างต้น

เรขาคณิตกับโลกศาสตร์ (Earth Science)

การจัดเรียงตัวของรูปหกเหลี่ยมสามารถพบได้ในทางธรณีวิทยาเช่นเดียวกัน แผ่นหินบะซอลท์ซึ่งเป็นหินภูเขาไฟที่เกิดการหดตัวและแตกออกเพราะความเย็น มุมที่แตกออกมีค่าใกล้เคียง 120 องศาและเกิดเป็นแบบรูปรูปหกเหลี่ยมอย่างน่าทึ่ง เช่น Devil's Postpile National Monument ในแคลิฟอร์เนีย (ดังแผนภาพ 6)

หินและปูนสามารถแตกตัวได้ในสภาวะอื่นนอกเหนือจากความเย็น และจะเกิดเป็นแบบรูปที่แตกต่างกันไป หินจะเริ่มแตกเมื่อได้รับความดัน และบางทีเมื่อมีน้ำไหลซึมเข้าไปตามรอยแยกเล็กๆ แล้วแข็งตัวจะทำให้รอยแยกขยายขึ้น บางครั้งก็เป็นการแตกหลายๆ ครั้งต่อเนื่องกัน โดยครั้งแรกแผ่นหินจะแตกในแนวเส้นตรง ทำให้เกิดจุดที่มีแรงดันสูงสุดบริเวณกึ่งกลางของแผ่นหินทั้งสองข้าง และเมื่อเวลาผ่านไปจะเกิดการแตกครั้งที่สองในแนวตั้งฉากกับแนวเดิม เช่นนี้เรื่อยๆ ไป (ดังแผนภาพ 7)



แผนภาพ 6 แผ่นหินบะซอลท์ที่ Devil's Postpile National Monument



แผนภาพ 7 แผ่นหินที่แตกในแนวตั้งฉากกับรอยแตกเดิม

นักเรียนสามารถสังเกตแบบรูปที่แตกตัวเป็นรูปเรขาคณิตต่างๆ ได้จากตัวอย่างหิน บาทวิถี โคลน
แห่งในสนามโรงเรียนหรือรอยระแหงที่พบในท้องถิ่น ซึ่งจะเป็กิจกรรมที่กระตุ้นความอยากรู้อยากเห็น
ของนักเรียนให้เกิดคำถามเกี่ยวกับการกักร่อนตามธรรมชาติอย่างมากมาย อาทิ

- เราจะพบเห็นการแตกของหินได้จากที่ใดบ้าง
- การแตกนั้นเกิดขึ้นได้อย่างไร
- เหตุใดแผ่นหินบนภูเขาแต่ละแห่งจึงมีขนาดและรูปร่างที่แตกต่างกัน
- ลักษณะของทุ่งหญ้าและเนินเขาเกิดขึ้นได้อย่างไร

เรขาคณิตกับชีววิทยา (Biology)

ในแง่ชีววิทยา การปรับตัวเพื่อความอยู่รอดถือเป็นประเด็นหลักที่น่าสนใจ นักเรียนสามารถเรียนรู้
ความสัมพันธ์ระหว่างสมมาตรและการอยู่รอดของสิ่งมีชีวิตจากการศึกษารูปร่างของสัตว์ต่างๆ โดยมุ่งความ
สนใจไปที่จำนวนรยางค์หรือขาของสัตว์เหล่านั้น ครูอาจให้นักเรียนช่วยกันหาชื่อสัตว์ที่มีจำนวนขาที่
แตกต่างกัน ดังเช่นตาราง 1 ซึ่งนักเรียนจะพบสิ่งที่น่าสนใจว่าเหตุใดจึงแทบจะไม่มีสัตว์ที่มีจำนวนขา
เป็นจำนวนคี่เลย ครูสามารถส่งเสริมให้นักเรียนลองสร้างข้อความคาดการณ์เพื่อตอบปัญหานี้ ซึ่งจากการ
ร่วมกันอภิปรายน่าจะได้อธิบายว่า เหตุที่สัตว์ต่างๆ มักมีจำนวนขาเป็นคู่ก็เพื่อความสมดุลของน้ำหนักตัว
และเพื่อสะดวกต่อการเคลื่อนไหว ข้อสังเกตเหล่านี้สามารถนำไปสู่การอภิปรายเกี่ยวกับสมมาตรในร่างกาย
ของมนุษย์และสัตว์โลกทั้งหลาย

ตาราง 1 รายชื่อสัตว์ที่มีจำนวนขาต่างๆ กัน

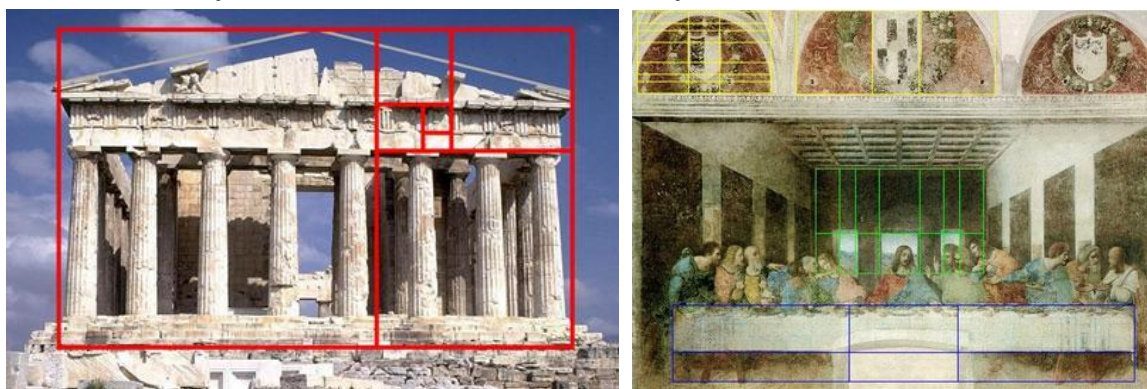
จำนวนขา	ชื่อสัตว์
1	
2	คน เป็ด ไก่ ฯลฯ
3	
4	สุนัข แมว วัว ม้า ช้าง ฯลฯ
5	ปลาดาว
6	แมลงต่างๆ
7	
8	แมงมุม
9	
10	ปู

ครูอาจตั้งคำถามกับนักเรียนว่าสมมาตรของต้นไม้หรือพืชต่างๆ มีลักษณะเป็นอย่างไร นักเรียนจะ
พบว่ารูปร่างของต้นไม้จะมีเส้นสมมาตรหลายเส้น จากนั้นครูอาจกระตุ้นการคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง
ด้วยการถามว่า “ข้อดีของการที่ต้นไม้มีสมมาตรในแนวรัศมี (radial symmetry) คืออะไร” ซึ่งจากการสังเกต

นักเรียนควรจะค้นพบว่า ต้นไม้หรือพืชต่างๆ ไม่มีการเคลื่อนที่ แต่จะยึดติดอยู่กับ จุดใดจุดหนึ่งและรับแสง น้ำ และสารอาหารโดยใช้การแผ่ขยายรากและกิ่งก้านออกจากศูนย์กลางไปในทุกทิศทาง ดังนั้นสมมาตรในแนวรัศมี(radial symmetry) จึงมีความจำเป็นต่อการอยู่รอดของพืชพันธุ์และดอกไม้ต่างๆ ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นทำให้สรุปได้ว่า รูปร่างของสัตว์หรือพืชนั้นสัมพันธ์กับลักษณะการเคลื่อนไหวและความจำเป็นเพื่อการอยู่รอดทั้งสิ้น

เรขาคณิตกับสถาปัตยกรรม (Architecture)

รูปเรขาคณิตที่สามารถนำมาเป็นตัวอย่างได้ดี คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทอง (Golden Rectangles) ซึ่งมีอัตราส่วนระหว่างความยาวต่อความกว้างเป็นค่าอัตราส่วนทอง (Golden Ratio) หรือประมาณ 1.618 ปรากฏอยู่ในงานสถาปัตยกรรมและจิตรกรรม เช่น มหาวิหารพาร์เธนอน และภาพวาด The Last Supper (ดังแผนภาพ 8) ซึ่งมีรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทองเป็นองค์ประกอบอยู่หลายแห่ง



แผนภาพ 8 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทองที่สัมพันธ์กับขนาดของมหาวิหารพาร์เธนอนและภาพวาด The Last Supper

ครูอาจให้นักเรียนลองค้นหารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทองที่สอดแทรกอยู่ในสถาปัตยกรรมในโรงเรียน หรือชุมชนของนักเรียน เช่น ขนาดของอาคารเรียน โปสท์ เเจดีย์ ฯลฯ อาจมีอัตราส่วนระหว่างความยาวต่อความกว้างเป็น 5 : 3 หรือ 8 : 5 ซึ่งใกล้เคียงกับ 1.618

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ข้างต้นจะช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์และเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย แต่น่าเสียดายที่ไม่ค่อยมีปรากฏให้เห็นในห้องเรียนคณิตศาสตร์ของไทย ผู้เขียนนำเสนอบทความนี้โดยปรารถนาที่จะช่วยจุดประกายแนวคิดในการออกแบบการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวา แก่ครูคณิตศาสตร์ ซึ่งไม่น่าจะเป็นเรื่องยากเกินความสามารถ หากเรามองสิ่งรอบตัวด้วยหัวใจของคนคณิตศาสตร์ เราจะพบกับคณิตศาสตร์ที่อยู่รายล้อมตัวเราเต็มไปหมด แล้วท่านจะประจักษ์ว่า “คณิตศาสตร์ไม่ใช่แค่การคิดเลข”

** บทความนี้เคยตีพิมพ์ลงในนิตยสาร สสวท. ปีที่ 37 ฉบับที่ 162 (กันยายน – ตุลาคม 2552)
และนิตยสาร My Maths ฉบับที่ 55 (สิงหาคม 2552)